

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»:
директор института фундаментальных наук
А.М. Гудов
«*ВСК*» _____ 10 _____ 2020 г.



ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,
проводимых КемГУ самостоятельно,
для поступающих по программе магистратуры
на направление
01.04.02 Прикладная математика и информатика
в 2021 году

Кемерово, 2020

Программа предназначена для вступительных испытаний абитуриентов, поступающих по направлению подготовки магистратуры 01.04.02 Прикладная математика и информатика, для оценки их степени готовности к обучению по основной образовательной программе магистратуры.

Форма проведения вступительного экзамена – тест в виде письменной работы.

Продолжительность вступительных испытаний – 2 астрономических часа (120 минут).

На экзамен выносятся следующие образовательные разделы:

- Математический анализ;
- Геометрия и алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации;
- Прикладная статистика

Каждый раздел программы содержит вопросы, позволяющие определить основные умения и навыки, которыми должен обладать поступающий в магистратуру в соответствии с ФГОС ВО.

Тест включает в себя 12 заданий: 10 заданий общего уровня и общей подготовки, оцениваемые максимум по 5 баллов за каждое, и 2 задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи), оцениваемые по 25 баллов.

Задания общего уровня и общей подготовки оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если абитуриент полностью ответил на поставленный вопрос (решил правильно задачу);

4 балла ставится, если правильно решал задачу, но получил неверный ответ из-за ошибок вычисления или округлений;

3 балла ставится, если абитуриент правильно решал задачу, но допустил незначительные ошибки в реализации алгоритма решения или неправильно проводил вычисления;

2 балла ставится, если абитуриент наметил правильный путь решения, приступил к решению но не довел решение до конца;

1 балл ставится, если абитуриент приступил к решению задачи, но выбрал неправильный алгоритм;

0 баллов ставится, если абитуриент не приступал к решению задачи.

Задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи) оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если в ситуационной задаче поставлена проблема.

10 баллов – если построена математическая модель задачи.

15 баллов – в задаче построена модель и проведено решение одного из этапов задачи.

20 баллов – задача решена, но содержатся неточности или ошибки в расчётах.

25 баллов – задача решена полностью.

Во время экзамена запрещено пользоваться учебниками, конспектами, другой литературой, а также техническими средствами связи.

Максимальное количество баллов – 100.

Нижний порог прохождения – 30 баллов.

Апелляция проводится в день опубликования результатов.

В программе представлены:

- образцы вопросов по предметам;
- содержание тем, на основе которых составлены вопросы;
- учебная и учебно-методическая литература по теоретическим и практическим разделам.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМЫ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАПРАВЛЕНИЮ 010400 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА:

- Математический анализ;
- Геометрия и алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации;
- Прикладная статистика

СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И ОБРАЗЦЫ ВОПРОСОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ, ВКЛЮЧЕННЫМ В ПРОГРАММУ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Числовые последовательности. Существование предела монотонной последовательности. Сходимость по критерию Коши.
2. Предел и непрерывность функции одной переменной. Нахождение предела функции. Порядок малости и порядок роста функции. Непрерывность и точки разрыва. Исследование на равномерную непрерывность.
3. Дифференциальные исчисления. Нахождение производной сложной функции. Дифференциал, приближенные вычисления. Раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора. Исследование функции.
4. Интегральные исчисления. Неопределенный интегралы. Методы вычисления интегралов: замены переменных, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Определенный интеграл.
5. Числовые ряды. Исследование сходимости положительных рядов. Исследование абсолютной и условной сходимости.
6. Функциональные последовательности и ряды. Исследование равномерной сходимости ФП. Нахождение области сходимости ФР. Равномерная сходимость ФР и свойства суммы.
7. Степенные ряды. Нахождение радиуса сходимости, области сходимости. Разложение функции в степенной ряд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. Курс математического анализа. - М.: Наука, 1988.
- [2] Л. Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. Т-1, 1988; Т-3, 1991; - М.: Наука.

2. ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

АЛГЕБРА

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.
2. Определитель матрицы. Определитель с углом нулей. Разложение определителя. Определитель произведения матриц. Критерий равенства определителя нулю. Обратная матрица.
3. Многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Кратные корни.
4. Векторные пространства и линейные операторы. Базис и размерность векторного пространства. Подпространство, сумма подпространств, размерность суммы. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Диагонализируемость.
5. Евклидовы пространства. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Неравенства треугольника и Коши-Буняковского. Симметрические операторы. Ортогональные операторы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1989

ГЕОМЕТРИЯ

6. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Аффинная и декартова системы координат. Уравнения линий и поверхностей.
7. Прямая линия на плоскости: общее уравнение прямой, параметрическое и каноническое уравнения, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору уравнение. Расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми.
8. Плоскость и прямая в пространстве: общее и параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости, проходящей через данную точку ортогонально данному вектору Расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями.
9. Общее и параметрическое уравнение прямой в пространстве, канонические уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещенными прямыми, угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение двух прямых, взаимное расположение прямой и плоскости.

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Интегральная кривая.
2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли.
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для

уравнения первого порядка.

4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы уравнений.

5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высокого порядка.

6. Линейные однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.

7. Линейные системы с переменными коэффициентами. Линейная зависимость функций и определитель Вронского. Формула Лиувилля – Остроградского.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самойленко А. С. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: Высшая школа, 1989
2. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 511 с.
5. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - М. : Физматлит, 2006. - 431 с.
6. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст] : учебник / А. Г. Курош. - 16-е изд., стер. - СПб. : Лань ; М. : Физматкнига, 2007. - 431 с.
7. Зуланке Р., Онищик А.Л. Алгебра и геометрия. В 3 кн. Введение. Т.1, URSS, 2012
8. Глухов М.М. Алгебра и геометрия, URSS, 2012
9. Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вари-ационному исчислению [Текст] / В.К. Романко [и др.] . – 3-е изд. – Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2012. – 219 с.

4. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Классическое определение вероятности.
2. Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность.
4. Схемы испытаний Бернулли.
4. Случайная величина, ее функция распределения, плотность вероятности
5. Числовые характеристики случайной величины.
6. Закон распределения двумерной случайной величины, ее числовые характеристики.
7. Числовые характеристики функций от случайных величин, закон распределения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. Новосибирск, Издательство институт математики, 1999
2. Кремер Н.Ш. «Теория вероятностей и математическая статистика», учебник, М., 2010. 551 с.

5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

1. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Задача о выпуске. Задача о смесях. Геометрическая интерпретация ЗЛП. Графический метод решения. Транспортная задача.
2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности решения. Градиентный метод безусловной оптимизации.
3. Общая задача нелинейного программирования. Необходимые условия минимума. Условие регулярности. Достаточные условия минимума.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилов Н.Н. Задачи нелинейного программирования. Методическая разработка по курсам «Методы оптимизации», «Вариационные исчисления и методы оптимизации. КемГУ, Кемерово, 1993.
2. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М., Наука, 1991.
3. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стереотипное. - СПб.: Лань, 2012. - 448 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3799
4. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учеб. пособие / В. Н. Крутиков; Кемеровский гос. ун-т. – Кемерово, 2011. – 91 с.
5. Ржевский, С.В. Исследование операций. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/32821> — Загл. с экрана.
6. Горлач, Б.А. Исследование операций : учебное пособие / Б.А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/4865> (дата обращения: 12.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА

1. Описательные статистики. Меры центральной тенденции и меры изменчивости (параметрические и непараметрические)
2. Основные понятия и алгоритм теории статистического вывода
3. Критерии сравнения средних и оценки сдвигов.
4. Корреляционно-регрессионный анализ. Оценка тесноты связи, направление связи. Регрессионные модели. МНК

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линдин, Г.Л. Статистические методы анализа данных с применением компьютера : учебное пособие / Г.Л. Линдин. — Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2010. — 123 с. — ISBN 978-5-8353-0744-9. — Текст :

- электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42943> (дата обращения: 12.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Линдин, Г.Л. Статистические методы анализа данных с применением компьютера : учебное пособие / Г.Л. Линдин. — Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2010. — 123 с. — ISBN 978-5-8353-0744-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42943> (дата обращения: 12.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Каган, Елена Сергеевна. Применение методов теории статистического вывода в психологических исследованиях [Текст] : учеб. пособие / Е. С. Каган ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : Кузбассвузиздат, 2005. - 112 с.
4. Каган, Елена Сергеевна. Прикладной статистический анализ данных [Текст] : учебное пособие / Е. С. Каган ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : КемГУ, 2018. - 234 с. : рис., табл. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 184-186. - ISBN 978-5-8353-2413-2 : 1020.00 р. (<https://e.lanbook.com/book/134318>)

ВАРИАНТЫ ТЕСТА

1. **Вычислить производную функции** $y = \cos^5(2x^4 + 9)$.
2. **Вычислить интеграл** $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$.
3. **В задаче минимизации функции** $f(x) = x_1^2 + x_1 + x_2^2 + 2x_2 + 1$ **точка** $x = (0, 5; 1)$:
- 1) точка минимума; 2) точка максимума; 3) не является точкой экстремума.
4. **Найти частные производные первого порядка** $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$ **функции**
- $$z = \cos(2x^4 - 2y) + x \cdot e^{y^2}$$
5. **Исследовать на сходимость числовой ряд** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)^2}$.
6. В урну, содержащую 3 шара, опущен белый шар. После чего из урны случайным образом извлекается шар, он оказался белым. Определить вероятность того, что в урне первоначально находилось 1 белый и 2 черных шара (если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров по цвету: белые, черные).
7. Случайная величина X имеет биномиальный закон распределения. Производится 4 испытаний. Математическое ожидание равно $M(X) = 6$. Найти

дисперсию $D(X)$ и вероятность $P(X = 4)$ того, что значение случайной величины равно 2.

8. Построить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-3;2)$, $B(1;7)$. Найти координаты вектора нормали

9. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - y' - 2y = 0.$$

10. Найти собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

11. Ситуационная задача 1.

Цех выпускает два вида продукции А и Б с двумя видами ресурсов R1 и R2, запасы которых ежедневно составляют по 700 единиц. При выпуске единицы продукции А используется 3 единицы ресурса R1 и 4 единицы ресурса R2. При выпуске единицы продукции Б используется 4 единицы ресурса R1 и 3 единицы ресурса R2. Прибыль от единицы продукции вида А и Б одинакова.

Определить оптимальные объемы выпуска продукции.

Какой из ресурсов используется полностью?

12. Ситуационная задача 2.

Имеется информация об объеме зрительного внимания ребенка (X) и количеством ошибок (Y) которые он делает при переписывании иностранного текста. Определить тесноту и направление связи. Построить регрессионную модель зависимости количества сделанных ошибок от объема зрительного внимания.

X	10	10	9	9	8	7	5	5	3	2
Y	1	2	4	2	4	6	6	7	9	10

Заведующий кафедрой
прикладной математики

Каган Е. С.